

O Saldo Mínimo de Caixa

por Carlos Alexandre Sá

Em um mercado perfeito, caracterizado pela ausência de impostos e outros custos de transações, onde haja perfeita simetria de informações e acesso irrestrito ao crédito e onde todos os agentes possuam expectativas racionais, não há motivos para existirem taxas diferenciadas de juros. Nestas condições, a rentabilidade de uma empresa não é afetada pela forma como seus recursos são alocados e o saldo do Disponível é irrelevante, desde que suficiente para liquidar os compromissos no seu vencimento.

As imperfeições do mercado e as diferentes taxas de remuneração do capital daí decorrentes fazem com que montantes em excesso aplicados no Disponível representem recursos ociosos ou subutilizados. Daí a necessidade de se determinar o saldo mínimo de caixa ideal para cada caso.

Braley e Myers (1992) apontam quatro motivos para a manutenção de recursos em caixa:

- 1) Transações – recursos mantidos em caixa para honrar compromissos, tendo em vista o descompasso existente entre as saídas (pagamentos) e as entradas (recebimentos) de dinheiro;
- 2) Precaução – recursos mantidos líquidos em caixa como manutenção de uma reserva de segurança para fazer face a contingências;
- 3) Especulação – recursos mantidos em caixa para aproveitar oportunidades de obtenção de descontos ou aplicações favoráveis;
- 4) Reciprocidade bancária – recursos mantidos em contas-correntes para atender a exigências de alguns bancos como compensação por serviços prestados.

Neste capítulo, procuramos desenvolver um modelo estatístico que permita projetar, dentro de um horizonte relativamente curto (três meses, no máximo), qual o saldo de caixa ótimo para atender as necessidades das transações sem descuidar do aspecto da precaução.

Para os efeitos deste modelo, o Disponível compreende os recursos de caixa e equivalentes a caixa, estes últimos compreendidos como sendo os recursos que possam ser prontamente convertidos em moeda a um custo insignificante. Neste contexto, as aplicações cujo resgate seja gravoso em função da carga tributária (especialmente o IOF) não se classificam como *disponibilidades*.

1. O Fluxo de Caixa Determinístico

Sejam X_n os saldos do Disponível conhecidos no período $n = 1, 2, 3, \dots, n$, onde “ n ” são dias. Seja ainda $f_{n,s}$ o valor estimado de X_{n+s} com base no conjunto de informações I_n , $e_{n+s} = X_{n+s} - f_{n,s}$, o erro de previsão e $C(e)$, a função do custo do erro de previsão.

Dizemos que um fluxo de caixa é determinístico, se $e_{n+s} = 0 \forall s$. Neste caso, e na ausência de custos de transações, o saldo de caixa que minimiza a função $C(e)$ é $X_{n+s} = 0 \forall s$. Isto significa que todo o excesso de caixa estaria sendo aplicado diariamente e toda a escassez de recursos para a liquidação de compromissos estaria sendo coberta diariamente com resgates de aplicações ou com empréstimos no montante exato das necessidades do dia, de forma a que não existissem recursos ociosos ou subutilizados.

2. O Fluxo de Caixa Estocástico

Seja X_{n+s} um valor aleatório correspondente ao saldo do Disponível no dia $n+s$. Neste caso, não podemos prever com precisão o valor de X_{n+s} , mas podemos encontrar o valor do intervalo de confiança para X_{n+s} ou determinar um único valor que melhor represente a variável aleatória X_{n+s} . Este ponto que minimiza a função de custo $C(e)$, dentro do critério dos mínimos quadrados, é a média condicional de X_{n+s} , ou seja:

$$f_{n,s} = E_c\{X_{n+s}\}$$

2.1 Os Custos de Transação e o Horizonte de Previsão

Os cinco principais custos de transação para operações de aplicação e captação no Brasil são:

1. A estrutura tributária;
2. As diferentes taxas de captação, que variam de acordo com os prazos da operação;
3. As diferentes taxas de aplicação, que variam de acordo com o montante aplicado;
4. A diferença entre as taxas de captação e de aplicação;
5. Comissões e/ou taxas de administração, em alguns casos.

Atualmente, os impostos incidentes sobre as aplicações financeiras são:

- ♦ A CPMF na alíquota de 0,38% que incide sobre o valor da aplicação, desde que o valor aplicado não provenha de uma conta-investimento;
- ♦ O IOF, com alíquotas decrescentes que vão desde 96% sobre o valor do rendimento financeiro bruto para aplicações de um dia, até a total isenção para aplicações com prazos de 30 dias ou mais;
- ♦ O IRPJ incidente sobre o rendimento financeiro deduzido do IOF. Uma parte do Imposto de Renda é retido na fonte e compensado na declaração, exceto nos casos de empresas tributadas com base no lucro presumido em que o ganho de capital não se incorpora ao faturamento para efeitos do cálculo do tributo e no caso de entidades sem fins lucrativos. A alíquota do Imposto de Renda retido na fonte vai depender do prazo da aplicação;
- ♦ CSLL na alíquota de 9% incidente sobre o ganho financeiro (caso a empresa apresente lucro tributável) e apurado na declaração do Imposto de Renda;

O efeito combinado destes impostos faz com que as aplicações com prazos inferiores a certo número de dias sejam gravosas, ou seja, os custos dos impostos sejam superiores ao rendimento financeiro bruto. Isto inviabiliza a aplicação diária dos excessos de caixa que serão necessários no curtíssimo prazo, o que nos obriga a manter recursos no Disponível que de outra forma estariam sendo aplicados.

2.2 A Função de Custo

As diferenças entre as taxas de captação e de aplicação fazem com que a função de custo $C(e)$ seja assimétrica, ou seja, $C(e) \neq C(-e)$. Nosso problema é minimizar $E[C(e_{n,s}) | I_n]$. Para isto, vamos supor que $C(e)$ seja uma função monotônica crescente para $e > 0$ e monotônica decrescente para $e < 0$, ou seja, $C(e_1) > C(e_2)$ para todo $e_1 > e_2 > 0$ e $C(e_1) < C(e_2)$ para todo $e_1 < e_2 < 0$.

Embora $C(e)$ possa assumir a forma de funções não lineares, nosso problema poderia ser simplificado se impuséssemos a restrição de considerarmos $f_{n,s}$ como uma função linear de dados disponíveis em I_n ¹. Se assumirmos que todos os subconjuntos de variáveis possuem uma distribuição normal, podemos considerar apenas as funções lineares de $f_{n,s}$.

Seja $g_{c,s}(x)$ a função de densidade de probabilidade de X_{n+s} dado I_n . O subscrito “c” indica que a função é condicional. A função do custo esperado é dada por:

$$J = \int_{-\infty}^{\infty} C(x - f_{n,s}) g_{c,s}(x) dx \quad (1)$$

Nosso problema é, pois, encontrar o valor de $f_{n,s}$ que minimize a função acima.

Considere agora a função de custo $C(e) = ke$, onde “k” é um fator constante representando o custo unitário do erro e “e”, o erro. Em nosso caso, o fator constante seria “a” no caso do erro ser a maior e “b” no caso de o erro ser a menor. Caso o erro seja a maior, “a” é taxa de aplicação que estaria sendo desperdiçada pelo fato de existirem recursos ociosos no Disponível. Caso o erro seja a menor, “b” é a taxa de captação dos recursos tomados para liquidar os compromissos. O termo “e” é o erro representando pelo montante que ficaria ocioso no Disponível no caso do erro a maior ou o montante tomado emprestado no caso do erro a menor, e é representado em unidades monetárias. A vantagem da função proposta é que, além de ser monotônica, é linear.

Assim, teríamos que:

$$\begin{aligned} C(e) &= ae, & e > 0, & \quad a > 0 \\ C(0) &= 0 & e = 0 & \\ C(e) &= be, & e < 0, & \quad b < 0 \end{aligned} \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), o custo esperado para $f \equiv f_{n,s}$ é:

¹ Esta hipótese, embora simplificadora, não compromete o modelo já que sempre poderemos referenciar as taxas de juros ao prazo da operação. Neste caso, ou seja, quando o prazo da operação é igual ao período de capitalização o juro calculado pelo sistema de juros simples é igual ao calculado pelo sistema de juros compostos.

$$J = E_c \{C(X_{n+s} - f) | I_n\} = a \int_f^\infty (x - f) g_{c,s}(x) dx + b \int_{-\infty}^f (x - f) g_{c,s}(x) dx$$

Seja J a função de custo a ser minimizada:

$$J = a \int_f^\infty (x - f) g_{c,s}(x) dx + b \int_{-\infty}^f (x - f) g_{c,s}(x) dx$$

Diferenciando a função acima, usando a regra de Leibniz, e igualando a zero, temos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial J}{\partial f} &= -a \int_f^\infty g_{c,s}(x) dx - b \int_{-\infty}^f g_{c,s}(x) dx = 0 \\ -a \int_f^\infty g_{c,s}(x) dx &= b \int_{-\infty}^f g_{c,s}(x) dx \quad (3) \end{aligned}$$

Como $g_{c,s}(x)$ é uma função de densidade de probabilidades, então:

$$\int_f^\infty g_{c,s}(x) dx + \int_{-\infty}^f g_{c,s}(x) dx = 1$$

donde,

$$\int_f^\infty g_{c,s}(x) dx = 1 - \int_{-\infty}^f g_{c,s}(x) dx \quad (4)$$

Substituindo (4) em (3), temos:

$$\begin{aligned} a \left[1 - \int_{-\infty}^f g_{c,s}(x) dx \right] &= -b \int_{-\infty}^f g_{c,s}(x) dx \\ a &= (a - b) \int_{-\infty}^f g_{c,s}(x) dx \\ g_{c,s}(f) &= \frac{a}{(a - b)} \end{aligned}$$

Verificando a derivada de segunda ordem da função J, temos que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial f} \left[-a \int_f^\infty g_{c,s}(x) dx - b \int_{-\infty}^f g_{c,s}(x) dx \right] &= \\ -a [-g_{c,s}(f)] - b [g_{c,s}(f)] &= [a-b] g_{c,s}(f) \end{aligned}$$

Como ambos os termos desta expressão são positivos, a expressão é positiva e a solução encontrada é um ponto de mínimo.

A interpretação do resultado encontrado é que o saldo mínimo de caixa no momento $n+s$ deve ser tal que a probabilidade de ocorrência de valores iguais ou inferiores a zero seja igual a $[a \div (a-b)]^2$.

O que se depreende do modelo acima é que o saldo mínimo de caixa é positivamente relacionado com a volatilidade do fluxo de caixa e com a assimetria entre as taxas de captação e de aplicação de recursos.

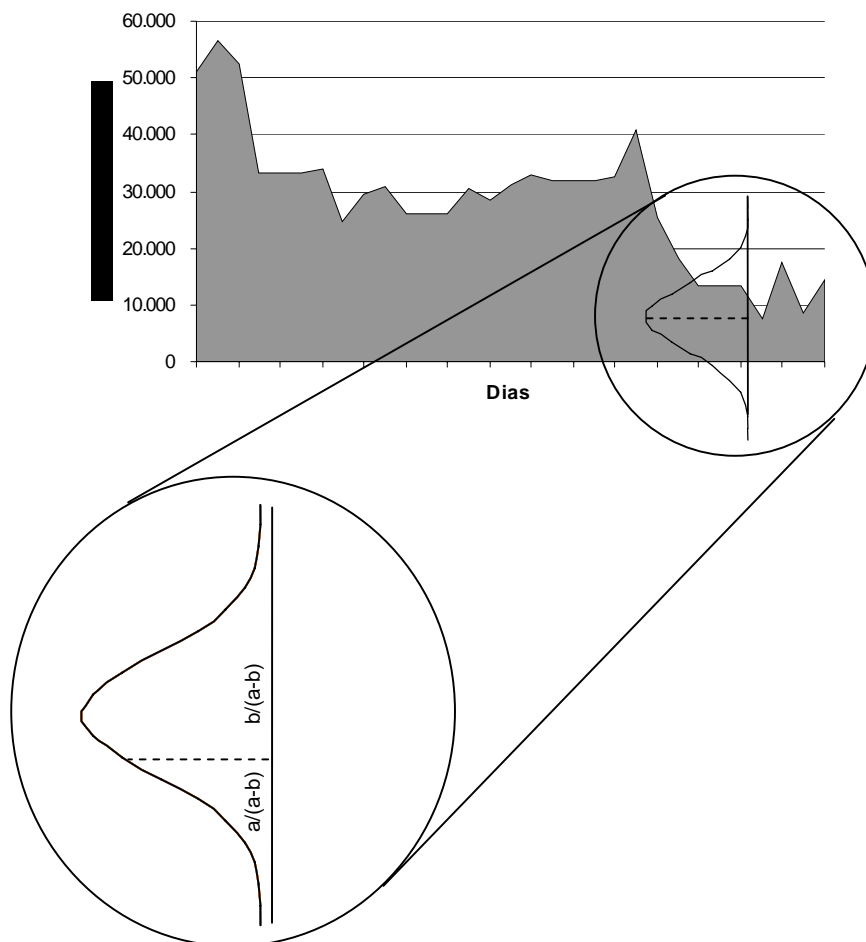
² A subtração de um valor negativo equivale a uma soma. Como “b”, por ser o custo financeiro de um empréstimo, é um valor negativo, a expressão (a-b) equivale a soma de dois valores positivos.

2.3 Evidência empírica

Diversos trabalhos têm procurado evidenciar a correlação (positiva ou negativa) existente entre o nível de liquidez e outros fatores tais como o tamanho da empresa, seu grau de endividamento, as perspectivas econômicas e as oportunidades de investimento. Analisando os elementos em comum encontrados nas diversas conclusões destes trabalhos, parece que, no curtíssimo prazo, o nível de liquidez é positivamente relacionado com os fenômenos que contribuem para aumentar a volatilidade do fluxo de caixa ou a assimetria entre as taxas de aplicação e de captação de recursos.

Dentre os trabalhos sobre o assunto, Kim et al (1998), apud Maximo et al (2004), desenvolveram um modelo no qual procuram estabelecer fundamentos teóricos e produzir evidências empíricas a respeito das políticas das empresas no que diz respeito aos investimentos em liquidez. Assim é que os autores concluem que o nível de liquidez é negativamente relacionado com o tamanho das empresas. Isto poderia ser explicado pelo fato de as grandes corporações possuírem acesso a fontes mais baratas de financiamento e a melhores taxas de aplicação, o que reduz a assimetria de resultados.

Figura 1- O saldo mínimo de caixa



Os autores também encontraram uma correlação positiva e significativa entre a liquidez das empresas pesquisadas e suas expectativas quanto às condições econômicas, indicando que as empresas acumulam caixa em antecipação a futuras oportunidades de investimento. Trata-se, portanto, do que Braley e Myers (1992) classificam como “caixa com fins especulativos”, citado no início deste capítulo. Este fenômeno está, quase sempre, relacionado com expectativas de médio prazo.

Em uma pesquisa feita com uma amostra de 11.000 empresas em 45 países, Dittmar et al (2002) constataram que, em países em que os acionistas não têm seus direitos protegidos de forma satisfatória, os níveis de liquidez eram duas vezes maiores do que os observados em empresas que operam em países onde estes direitos são assegurados! A mesma constatação já havia sido apresentada por Opler et al (1997). Isto poderia ser explicado pelo fato de que, em países onde as empresas não têm acesso fácil ao mercado de capitais, a assimetria entre as taxas de captação e de aplicação aumenta, gerando, em consequência, uma maior necessidade de liquidez.

Em trabalho recente, Maximo, Montezano, Brasil e Machado (2004) estudaram a liquidez observada em 53 empresas brasileiras privadas de capital aberto que atuam em segmentos econômicos não financeiros. Nesta pesquisa, o índice utilizado para avaliar a liquidez foi a relação entre o ativo líquido (assim entendido como a quantidade de moeda somada aos ativos financeiros líquidos) e o ativo total. O método empregado foi a regressão linear múltipla em seção transversal, abrangendo o período compreendido entre 1999 e 2001. Foram as seguintes as conclusões do trabalho:

1. Foi observada uma correlação negativa entre o nível de liquidez e o tamanho das empresas devido ao fato de as empresas maiores terem acesso a fontes mais baratas de financiamento.
2. Foi observada uma correlação positiva entre o nível de liquidez e a volatilidade do EBITDA.
3. Foi observada uma correlação positiva entre o nível de liquidez e o “spread” (aqui entendido como sendo a diferença entre o retorno sobre o capital investido - ROIC - e as taxas de juros nominais do CDI). Esta correlação positiva é explicada pelo fato de as empresas destinarem mais recursos para a aquisição de ativos financeiros à medida que as taxas destas aplicações se aproximam (ou superem) as taxas de retorno operacional.
4. Foi observada uma correlação negativa entre o nível de liquidez e o grau de endividamento das empresas. Em nossa opinião, esta correlação é ambígua, pois, se por um lado um maior endividamento acarreta uma menor disponibilidade de liquidez, por outro, também acarreta maiores taxas de captação, o que aumenta a assimetria de resultados. Esta ambigüidade é reforçada por Koshio e Sales Cia (2004) que apontam como mais uma razão para esta correlação ser positiva a precaução para o caso de a empresa não ser capaz de rolar sua dívida.
5. Foi observada uma correlação positiva entre o índice EBIT/Vendas e o nível de liquidez das empresas estudadas. Este fenômeno é explicado pela teoria do colchão de liquidez (buffer stock liquidity theory) devido ao fato de o lucro contribuir para a geração de caixa.

As pesquisas acima comprovam empiricamente que o saldo mínimo de caixa é positivamente relacionado à volatilidade do fluxo de caixa e à assimetria entre as taxas de captação e de aplicação de recursos, como demonstra o modelo proposto. No entanto, nosso modelo, por trabalhar com um horizonte de curto prazo, não foi capaz de capturar outros fatores que, no médio e longo prazo, influenciam o nível de liquidez das empresas, tais como a relação entre o nível de liquidez e a precaução e a especulação.

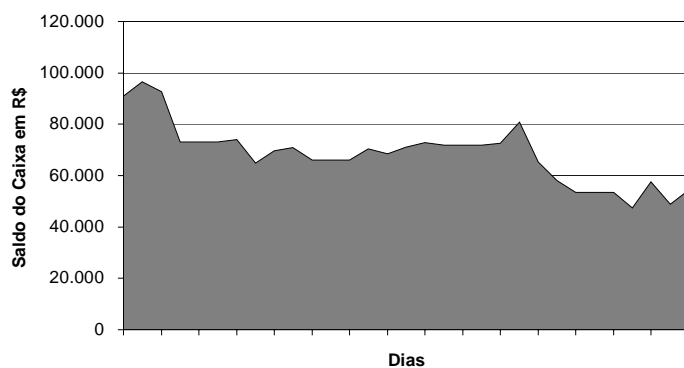
Assim sendo, esperamos que o modelo proposto neste trabalho sirva de base para estudos futuros que permitam um melhor entendimento dos fenômenos observados acima.

3. Um Exemplo Ilustrativo

No final do mês de abril de 2005 a empresa Kasa & Koisas projetou o fluxo de caixa para o mês de maio de 2005. O quadro e o gráfico abaixo representam o fluxo de caixa projetado da empresa nos próximos 31 dias corridos (21 dias úteis). Analisando o fluxo de caixa projetado, a empresa constatou que o saldo de caixa estava excessivamente elevado. Decidiu, então, aproveitar as taxas de juros favoráveis e fazer uma aplicação de mais de 31 dias. A direção da empresa sabe que, caso o valor da aplicação seja muito elevado e faltar dinheiro, terá que captar recursos para fechar o caixa. Por outro lado, se o valor da aplicação for muito baixo, ficará com recursos ociosos que poderiam estar sendo investidos. Determinar qual deveria ser o valor desta aplicação, considerando que este título renda, após o pagamento de todos os impostos, 8,50% a.a. e que o custo de um empréstimo para cobrir os saldos negativos de caixa, caso estes ocorram, seja 17,26% a.a.?

Figura 2 – Evolução diária dos saldos projetados

Dia útil	Saldo	Dia útil	Saldo
1	91.033	12	71.209
2	96.616	13	72.915
3	92.571	14	71.953
4	73.154	15	72.700
5	73.972	16	80.920
6	64.819	17	65.300
7	69.669	18	58.149
8	70.934	19	53.445
9	66.129	20	47.512
10	70.433	21	57.610
11	68.492		



Solução:

O menor saldo de caixa no período ocorre no 20º dia útil. Caso o fluxo fosse determinístico (ou o custo do erro fosse simétrico) e a empresa pudesse aplicar qualquer montante, o valor da aplicação deveria ser R\$47.512. Neste caso, o saldo remanescente

no 20º dia útil do mês seria zero (no caso do fluxo determinístico) o que significa que, naquela data, a empresa não possuiria recursos de caixa ociosos ou subutilizados. Como o fluxo de caixa projetado é estocástico e o custo do erro é assimétrico, temos que determinar o saldo de caixa que minimiza o custo do erro de projeção.

Em nosso caso, temos que $a=8,50\%$ a.a. e $b=-17,26\%$ a.a. Assim o valor de f_{20} deve ser tal que a probabilidade de ocorrências saldos de caixa iguais ou abaixo de zero seja:

$$\frac{a}{(a-b)} = \frac{8,50}{(8,50+17,26)} = 0,33 \text{ ou } 33\%$$

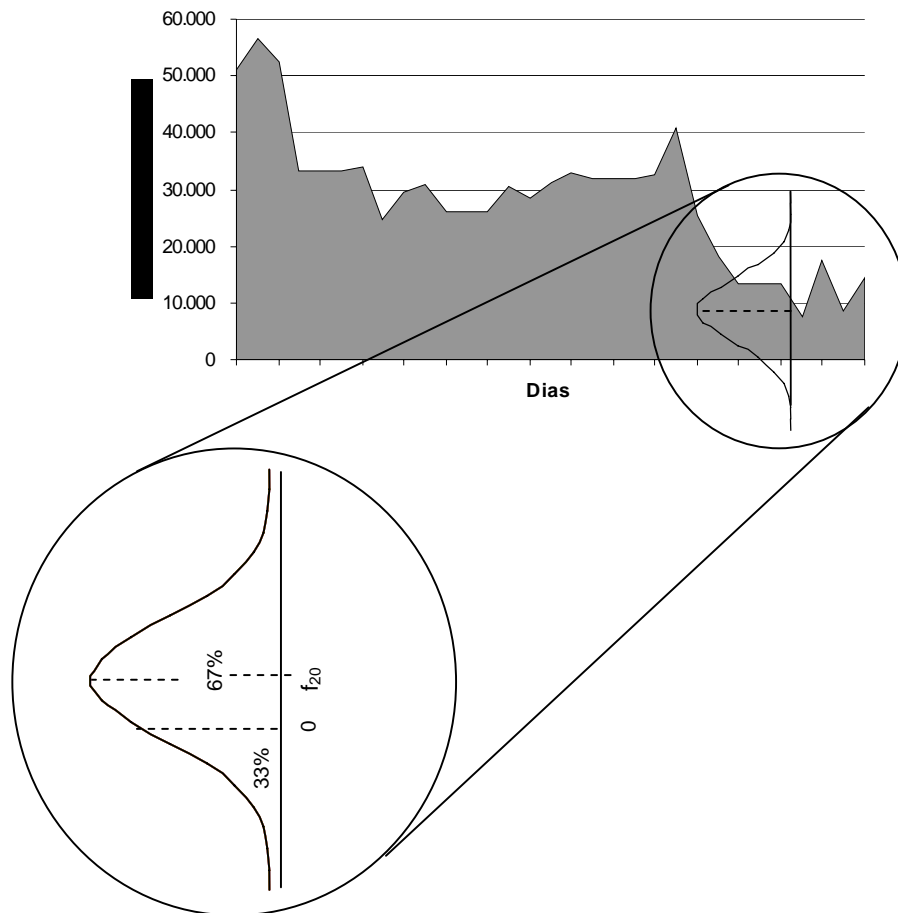
Consultando a tabela da curva normal, encontramos que o fator “z” que corresponde à probabilidade de ocorrência de 33% é 0,44, donde, o valor de saldo mínimo procurado é igual à 0,44 vezes o desvio padrão da série histórica.

No entanto, o modelo desenvolvido neste capítulo não se aplicaria neste caso, pois o fluxo de caixa projetado não é condicional. Uma das soluções possíveis neste caso, seria tentar modelar os erros de projeção assim compreendidos como sendo a diferença entre o saldo diário de caixa projetado e o realizado.

Vamos trabalhar com o caso mais simples. Suponhamos que tenhamos levantado uma série histórica dos erros de projeção por um período suficientemente longo e que esta série temporal seja estável, homocedástica e seus valores, normalmente distribuídos. Suponhamos, ainda, que a média destes erros de projeção seja $E_c\{X_{20}\} = R\$5.000$, negativos, e seu desvio padrão, R\$1.000. Como o saldo mínimo ocorre no 20º dia útil, temos que integrar o desvio padrão no tempo. Neste caso, o saldo mínimo de caixa seria:

$f_{20} = R\$5.000 + [0,44 \times (R\$1.000 \times \sqrt{20})] = R\6.968 e poderíamos aplicar R\$40.544 (R\$47.512 – R\$6.968). A figura abaixo ilustra a solução.

Figura 3- O saldo mínimo de caixa



Na prática o problema continuaria já que agora teríamos que determinar o quanto poderia ser aplicado para minimizar o saldo de caixa no período que vai do 1º ao 20º dia útil, e assim por diante.

Carlos Alexandre Sá é professor de finanças e consultor.